

## МЕТОДИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ К ОПТИМИЗАЦИИ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕРАБОТКИ МИНЕРАЛЬНОГО СЫРЬЯ<sup>1</sup>

*Рассмотрены известные методические подходы к оптимизации глубины обогащения руд, в том числе многокомпонентных, выявлены их достоинства и недостатки. Показано, что оптимизация глубины обогащения полиметаллических руд может быть представлена и решена как известная математическая задача отыскания экстремума функции нескольких независимых и взаимозависимых переменных. Использование такой методики целесообразно для оперативного управления качеством концентратов и оптимизации глубины обогащения многокомпонентного минерального сырья в краткосрочном периоде. В общем случае оптимальный вариант комплексного использования минерального сырья необходимо определять при динамической постановке задачи в соответствии с методологией обоснования инвестиционных проектов путем перебора приемлемых вариантов на основе моделирования денежных потоков по предложенной экономико-математической модели ресурсного типа.*

**Ключевые слова:** минеральное сырье, комплексная переработка, глубина обогащения, оптимизация, методические подходы, экономико-математические методы, ресурсная модель.

Современные способы и технические средства обогащения руд позволяют получать концентраты с различным содержанием основного и сопутствующих компонентов. Изменение качества концентратов существенно влияет на экономику производства конечной продукции, так как сопровождается изменением затрат и извлечений как в обогатительном, так и химико-металлургическом переделах.

В связи с этим большое значение приобретает задача определения экономически наиболее эффективного качества концентратов или, как ее называют многие исследователи, определения оптимальной глубины обогащения руд.

Оптимизация глубины обогащения многокомпонентных руд является наиболее типичной задачей выбора наилучшего варианта использования комплексного сырья и потому заслуживает специального рассмотрения.

Методические вопросы оптимизации качества концентратов рассматривались в литературе, главным образом, применительно к обогащению однокомпонентных руд, особенности же решения этой задачи в условиях переработки комплексных руд изучены

---

<sup>1</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского гуманитарного научного фонда (РГНФ) и Правительства Мурманской области по результатам совместных региональных конкурсов (проекты: № 09-02-43207a/С и № 10-02-43207a/С).

недостаточно. На практике выбор рационального уровня качества концентратов при обогащении определяется или исключительно интуицией исследователя или планируется от достигнутого уровня.

В литературе описано несколько десятков критериев оптимизации обогатительного процесса [1]. Большая часть этих критериев представляет собой технологические, термодинамические, кинетические и статистические критерии разделения полезного компонента и породы, нескольких полезных компонентов, т.е. являются величинами, оценивающими эффективность процесса обогащения с технической стороны. Однако, как справедливо отмечают указанные авторы, «единственно возможный подход к оптимизации производственных процессов - экономический».

Из экономических параметров в качестве критериев оптимизации глубины обогащения предлагались и использовались прибыль обогатительного и металлургического переделов, себестоимость и приведенные затраты на единицу готового металла с учетом металлургической переработки концентратов (например, в методике, разработанной Механобром и Гипрометом [2]).

Основным недостатком известных методик является то, что они предусматривают сравнение только различных вариантов тонины помола руды, технологии обогащения (с включением дофлотации и без нее и т.п.). При постоянной тонине помола или неизменности принципиальной схемы и режима обогащения, например, в условиях действующей фабрики, задача оптимизации качества концентратов не ставилась. Между тем, проблема выбора экономически наиболее выгодного качества концентратов существует в пределах любой схемы и режима обогащения и обуславливается, главным образом, возможностью широкого варьирования качества концентратов за счет изменения количества перечистных операций.

Методика оптимизации глубины обогащения должна учитывать оба указанных принципиально отличных способа управления качеством концентратов: за счет изменения схемы и режима обогащения и за счет изменения количества перечистных операций.

Представляется целесообразной следующая постановка и последовательность решения задачи (для однокомпонентного и полиметаллического сырья):

- определение экономически наиболее эффективного качества концентратов из всех возможных, получаемых в пределах каждой технологической схемы и режима обогащения изменением количества перечистных операций;
- выбор из всех возможных схем и режимов обогащения экономически наиболее эффективных (оптимальное качество концентратов по выбранному варианту схемы и

будет характеризовать оптимальную глубину обогащения данной руды в определенный момент времени).

В отношении особенностей и порядка оптимизации качества концентратов в условиях переработки многокомпонентного сырья в методике Механобра и Гипромеза отмечается лишь, что расчеты «доводят до получения 1т стали и соответствующего количества попутных продуктов» [2].

При исследовании методических вопросов определения оптимального режима обогащения полиметаллических руд С.Х. Ельбисиновым и А.Х. Бенуни отмечена необходимость учета одной из важнейших особенностей комплексного использования сырья, заключающейся в том, что повышение (в более общем случае - изменение) качественных показателей по одному из металлов может привести к ухудшению (изменению) показателей по другому металлу. Для таких случаев авторы предлагают метод оптимизации, по которому «определяются оптимум обогащения руд для каждого металла и затем аналитическим путем с использованием вычислительной техники из всего многообразия режимов работы фабрики находится средний оптимум обогащения, соответствующий средней минимальной себестоимости продукции» [3]. При этом себестоимость исчисляется с учетом металлургического передела.

Практическое использование этой рекомендации связано со значительными трудностями. Прежде всего, необходимо отметить общеизвестную сложность методически обоснованного определения себестоимости отдельных видов продукции при комплексном использовании сырья и громоздкость таких расчетов при широкой номенклатуре продукции и большом количестве сравниваемых вариантов. Во-вторых, в общем случае локальный оптимум каждой из подсистем не соответствует оптимуму системы в целом. Не ясна также процедура определения средней минимальной себестоимости разнородных продуктов при переменном объеме их производства. Кроме того, анализ фактических данных и применяемых на фабриках технологических схем обогащения полиметаллических руд показал [4], что жесткая детерминированная взаимосвязь качества различных концентратов (и других показателей производства отдельных полезных компонентов из многокомпонентного сырья) имеет место тогда, когда хвосты перечистных операций одного из концентратов поступают в ветвь получения другого компонента с целью его доизвлечения. Увеличение, при этом, количества перечистных операций ведет к уменьшению выхода концентрата и извлечения в него основного и сопутствующих полезных компонентов и вредных примесей. Это сопровождается ростом объема хвостов перечистных операций и

количества полезных компонентов и вредных примесей в них, ведет к ухудшению качества другого концентрата, но одновременно и к повышению извлечения в него основного и сопутствующих компонентов. Так что определенному качеству одного концентрата соответствует вполне определенное качество другого и наоборот. Так, например, на Белоусовской и Зырянской фабриках взаимозависимыми являются качество свинцового и медного концентратов, качество же цинкового концентрата (а также баритового на Белоусовской) не зависит от качества свинцового и медного, а также не оказывает на них влияния.

Если хвосты перерывных операций не используются (сбрасываются в отвал), качество отдельных концентратов регулируется обособленно, не оказывая существенного влияния на показатели производства других полезных компонентов.

В связи с изложенным, оптимизация глубины обогащения полиметаллических руд может быть представлена и решена как известная математическая задача отыскания экстремума функции нескольких независимых и взаимозависимых переменных, для чего необходимо найти аналитическое выражение зависимости величины критерия оптимизации от содержания полезных компонентов в концентратах.

При статической постановке задачи в качестве критерия оптимизации принимается минимум приведенных затрат на производство определенного количества готовой товарной продукции (в нашем случае с учетом добычи, обогащения и металлургического передела).

В общем виде приведенные затраты на добычу и переработку 1т полиметаллического сырья с учетом расходов на компенсацию теряемых полезных компонентов (для обеспечения сопоставимости вариантов по объему вырабатываемых продуктов) могут быть выражены следующим уравнением:

$$L = L^0 + \sum_i \gamma_i l_i + \sum_i \alpha_i (1 - \varepsilon_i^0 \varepsilon_i^M) V_i = L^0 + \sum_i \frac{\alpha_i \varepsilon_i^0}{\beta_i} l_i + \sum_i \alpha_i (1 - \varepsilon_i^0 \varepsilon_i^M) V_i \quad (1)$$

где  $L^0$  - приведенные затраты на добычу и обогащение<sup>2</sup> 1т руды, тыс. руб.;

$\gamma_i$  - выход  $i$ -го концентрата от руды, доли единицы;

$l_i$  - приведенные затраты на металлургическую переработку 1т  $i$ -го концентрата с учетом затрат на транспортировку от фабрики до завода, тыс. руб.;

$\alpha_i$  - содержание  $i$ -го компонента в добытой руде, доли единицы;

<sup>2</sup> Как показали специальные исследования, изменения затрат на обогащение руды при изменении количества перерывных операций очень малы по сравнению с общими затратами на производство металлов, поэтому ими пренебрегаем.

$\varepsilon_i^o, \varepsilon_i^m$  - извлечение  $i$ -го компонента соответственно в обогащительном и металлургическом переделах, доли единицы;

$V_i$  - среднеотраслевые приведенные затраты на получение 1т  $i$ -го компонента (с учетом добычи, обогащения и металлургического передела), тыс. руб.;

$\beta_i$  - содержание  $i$ -го компонента в концентрате, доли единицы;

$i$  - номер компонента,  $i = \overline{1, n}$ .

Для определения оптимального уровня содержания ценных компонентов в концентратах, соответствующих минимуму общих приведенных затрат, можно воспользоваться одним из известных методов оптимизации функции нескольких переменных (1), например, классическим методом поиска условных экстремумов [5, с.280-292] или подходящими численными методами оптимизации вещественных функций. Однако прикидочную оценку можно осуществить следующим образом.

Подставляя в выражение (1) данные конкретного предприятия и приравнивая нулю первые частные производные  $\left( \frac{\partial L}{\partial \beta_i} = 0 \right)$  найдем оптимальный уровень содержания компонентов в концентратах, которым будет соответствовать минимум общих приведенных затрат.

Рассмотрим результаты оптимизации глубины обогащения медно-свинцово-цинковой руды по предлагаемой методике на конкретном примере.

Причем для простоты качество концентратов будем оценивать только по содержанию основного компонента. В соответствии с используемой технологической схемой обогащения содержание свинца в одноименном концентрате ( $\beta_1$ ) связано с качеством медного концентрата ( $\beta_3$ ) следующей зависимостью:

$$\beta_3 = 0,084 / \beta_1. \quad (2)$$

После подстановки исходных данных предприятия и соотношения (2) в выражение (1) и приведения подобных членов, получаем:

$$L = 8,9 + \frac{1,852 - 1,21\beta_1}{\beta_1(1 - \beta_1)} + \frac{\beta_1 - 0,185}{\beta_1 - 0,084} (6,98\beta_1 - 5,18) + \frac{2,6 + 1,02\beta_2}{\beta_2(1 - \beta_2)}. \quad (3)$$

Поскольку дифференцирование по  $\beta_1$  и  $\beta_2$  приводит к биквадратным уравнениям, аналитическое решение которых громоздко, используем графический метод решения. Для этого три первых члена уравнения обозначим через  $L_1$ , а последний -  $L_2$ .

По графикам функций  $L_1$  и  $L_2$  (рисунок) найдем оптимальное качество свинцового  $\beta_1^{\text{опт}} = 0,54$  и цинкового  $\beta_2^{\text{опт}} = 0,46$ .

Оптимальное качество медного концентрата определится из выражения:

$$\beta_3^{\text{опт}} = \frac{0,084}{\beta_1^{\text{опт}}} = \frac{0,084}{0,54} = 0,16.$$

Совокупность этих значений определяет оптимальную глубину обогащения данной руды.

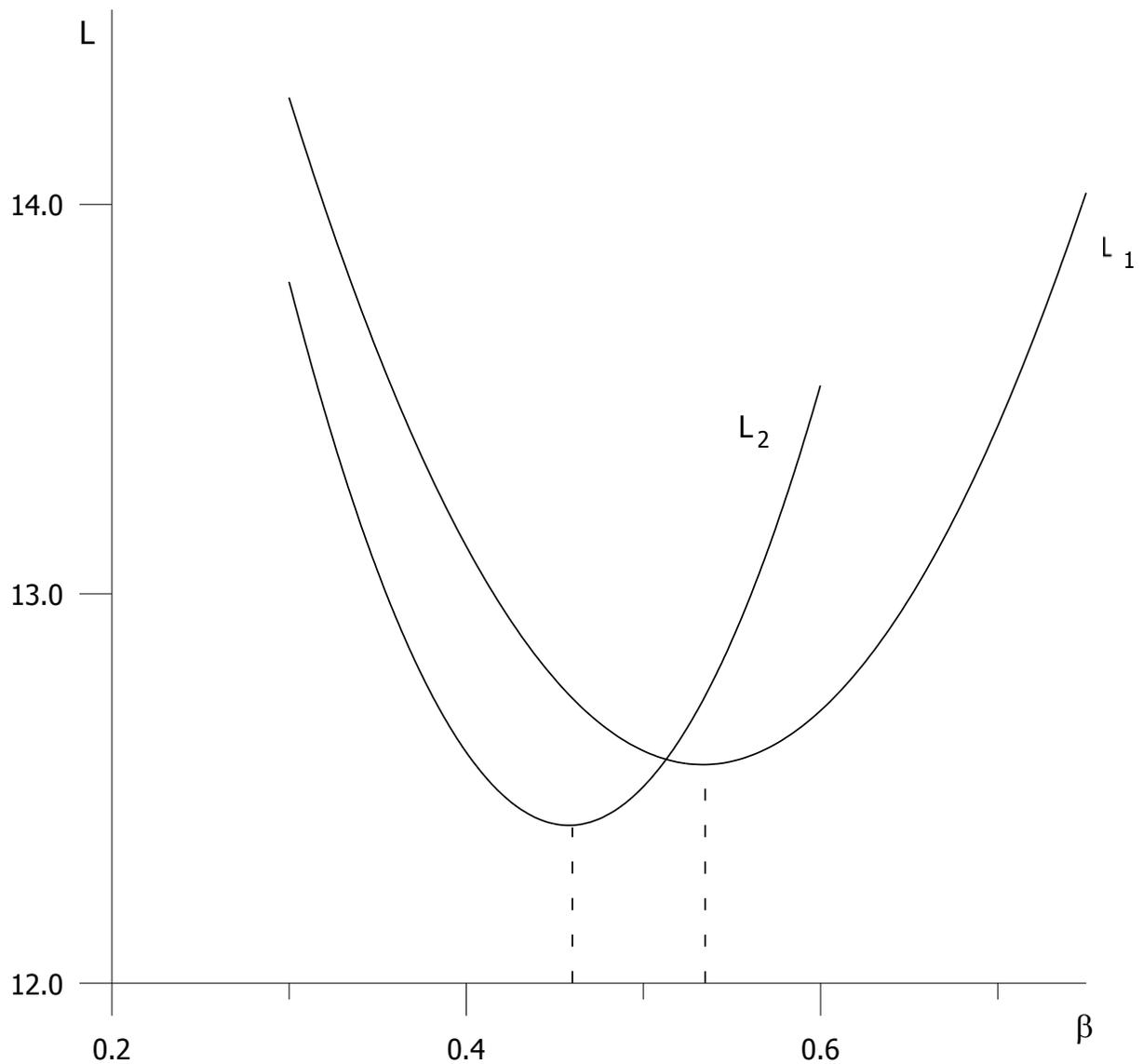


Рисунок - Графический метод оптимизации глубины обогащения полиметаллической руды

Использование изложенной методики целесообразно для оперативного управления качеством концентратов и оптимизации глубины обогащения многокомпонентного минерального сырья в краткосрочном периоде с формированием компьютерной базы данных.

Поскольку качество поступающего на обогащение сырья непостоянно, технология, технико-экономические показатели его добычи, обогащения, химико-металлургической переработки и, соответственно, взаимозависимости отдельных ценных составляющих в долгосрочном периоде подвержены существенным изменениям. Поэтому оптимальный вариант комплексного использования сырья конкретного месторождения в рамках принятой социально-экономической системы необходимо осуществлять при динамической постановке задачи в соответствии с методологией обоснования инвестиционных проектов путем перебора приемлемых вариантов на основе моделирования денежных потоков. В качестве критерия оптимизации необходимо использовать чистый дисконтированный доход за расчетный период [6].

В зависимости от конкретных целей, направлений развития природоэксплуатирующего предприятия (отрасли, минерально-сырьевого комплекса), повышения уровня комплексного использования минерального сырья, экологизации производства, ограничений по ресурсам, величине рыночного спроса по конкретному полезному компоненту, вероятности захвата конкретной доли рынка и т.п. изложенные принципы оптимизации комплексного использования многокомпонентного минерального сырья могут быть оформлены в виде разнообразных экономико-математических моделей на основе детализации, преобразования и развития базовой системы зависимостей, используемых при экономической оценке инвестиционных проектов [6].

Например, для определения оптимального перечня полезных компонентов, подлежащих извлечению из минерального сырья конкретного месторождения, выбора оптимальной технологической схемы и режима комплексной его переработки и т.п. может быть предложена ресурсная модель вида:

$$ЧДД = \sum_{t=0}^T D_t \left[ \sum_i \alpha_{it} \varepsilon_{it} C_{it} - (Z_{kt} + \sum_i Z_{nit}) - (K_{kt} + \sum_i K_{nit}) \pm \Theta_{st} \right] (1+E)^{-t} \rightarrow \max \quad (4)$$

при ограничениях:

$$\sum_{t=0}^T D_t (\alpha_{it} \varepsilon_{it} C_{it} - Z_{nit} - K_{nit} \pm \Theta_{it}) (1+E)^{-t} \geq 0 \quad (5)$$

$$0 \leq (M_{it} = D_t \alpha_{it} \varepsilon_{it}) \leq \gamma_i \sum_r M_{irt}; \quad (6)$$

$$\sum_t K_t = \sum_t (K_{kt} + \sum_i K_{nit}) \leq K_{max}. \quad (7)$$

В модели использованы следующие обозначения:

$ЧДД$  – чистый дисконтированный доход;

$D_t$  – годовой объем добычи многокомпонентного минерального сырья рассматриваемого (оцениваемого) месторождения в году  $t$ ;

$\alpha_{it}$  – содержание  $i$ -го ценного компонента в добытой руде в году  $t$ , доли единицы,  $i = \overline{1, n}$ ;

$\varepsilon_{it}$  – извлечение  $i$ -го компонента из исходного сырья в готовую товарную продукцию (сквозное) в году  $t$ , доли единицы;

$C_{it}$  – цена  $i$ -го ценного компонента в готовой продукции в году  $t$ ;

$Z_{nit}, K_{nit}$  – прямые, соответственно, текущие и единовременные затраты, связанные с производством только  $i$ -го ценного компонента в расчете на единицу исходного сырья в году  $t$ ;

$Z_{kb}, K_{kt}$  – косвенные, соответственно, текущие и единовременные затраты в расчете на единицу исходного сырья в году  $t$ ;

$\mathcal{E}_{it}, \mathcal{E}_{st}$  – экологическая составляющая, соответственно, связанная с производством только  $i$ -го ценного компонента и комплексным использованием сырья в целом в году  $t$ ;

$E$  – норма дисконта;

$M_i, \Sigma_r M_{rit}$  – годовой объем, соответственно, производства  $i$ -го ценного компонента в готовой продукции (не может быть отрицательным) и суммарного рыночного спроса  $r$ -потребителей в году  $t$ ;

$\gamma_i$  – планируемая доля предприятия на рынке  $i$ -го ценного компонента.

$K_{max}$  – максимально возможный объем инвестиций (лимит капиталовложений) по проекту комплексного использования сырья конкретного месторождения.

Оптимальный вариант выявляется по максимальной величине чистого дисконтированного дохода за весь период жизненного цикла инвестиционного проекта или срока отработки месторождения в соответствии с выражением (4), в котором учитывается набор только из тех полезных компонентов, производство которых удовлетворяет условию (5).

Учитывая особую важность в настоящее время экологических проблем, (особенно в обширных северных и арктических регионах России) и существенное влияние уровня комплексного использования минерально-сырьевой базы на экологические параметры производства в предлагаемой модели выделены и обособленно учитываются экологические составляющие ( $\mathcal{E}_{st}, \mathcal{E}_{it}$ ), которые в общем случае могут быть как положительными, так и

отрицательными. При этом, поскольку основные технико-экономические параметры ( $Z_{nit}$ ,  $K_{nit}$ ,  $Z_{kt}$ ,  $K_{kt}$ ) конкретного производства в неявном виде учитывают экологическую информацию в виде экологических выгод и экологических затрат, должна быть исключена возможность повторного счета экологических составляющих.

В зависимости от конкретной цели исследования по предложенной модели ресурсного типа можно определять, например, максимально возможный объем производства каждого из ценных компонентов сырья, минимальный объем добычи руды для производства определенного набора ценных составляющих, минимальный ущерб природной среде, минимум инвестиций на отработку месторождения и комплексную переработку добытого сырья и т.п.

### Библиографический список

1. Барский Л.А., Рубинштейн Ю.Б. Кибернетические методы в обогащении полезных ископаемых. – М.: Наука, 1970. – 312с.
2. Чепурных К.С. О методике определения оптимальной степени обогащения железных руд //Обогащение руд, 1964, №3. -С.26-29.
3. Ельбисинов С.Х., Бенуни А.Х. Определение оптимального режима обогащения руд цветных металлов //Статьи аспирантов и соискателей. – Алма-Ата: МВССО Каз.ССР, 1965. – С.70-73.
4. Ларичкин Ф.Д., Логвиненко Г.С. Особенности оптимизации глубины обогащения полиметаллических руд //Известия вузов: Горный журнал, 1977, №9. С.40-42.
5. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление: Учебник для втузов, изд.12-е, том 1. – М.: Наука, 1978. – 456с.
6. Методические рекомендации по оценке эффективности инвестиционных проектов (вторая редакция). Официальное издание. – М.: Экономика, 2000. – 421с.